AS LÓGICAS DA DIFERENÇA

LUIZ SÉRGIO COELHO DE SAMPAIO

SÉRIE FUNDAMENTAL

2.ª Edição

Edição revista e ampliada do trabalho publicado em setembro de 1983, tiragem de 60 exemplares, para distribuição interna e apoio ao Programa de Desenvolvimento Cultural - EMBRATEL.

COLEÇÃO PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO CULTURAL
EMBRATEL

EMBRATEL - Empresa Brasileira de Telecomunicações S.A.
Avenida Presidente Vargas, 1012
CEP 20 071 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

Este trabalho foi organizado pela
ADE - Assessoria de Desenvolvimento Empresarial, órgão da Vice-presidência

Coordenação editorial, programação visual e produção gráfica:
DTR - Departamento de Treinamento, órgão da Vice-presidência

1a. edição: setembro de 1983
2a. edição: outubro de 1984

Sampaio, Luiz Sérgio Coelho de.
S192L Lógicas da Diferença / Luiz Sérgio Coelho de Sampaio. Edição revista e ampliada. - Rio de Janeiro, EMBRATEL, 1984.

Bibliografia

1. Filosofia. Lógica. 2. Lógica da Diferença. 3. Lógica Para-Consistente. 4. Lógica Para-Completa. I. Empresa Brasileira de Telecomunicações. II. Título.

CDD. 160

Índice para Catálogo Sistemático

Lógica: Filosofia	160
Filosofia	100

ISBN 85-85040-04-1

para Lailce

sem a identidade – céus! – que seria da diferença?
e desta sem ela? como ficaria destarte,
a nossa crença no jogo da Trindade eterna?
e tudo mais, desde a vida multifária à morte,
que flui d'aquela promiscuidade originária?

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Diz-se hoje, por toda parte — cá incluso, sempre revérbero de outras paragens —, que tudo é linguagem: o real é simbólico. Verdade; objetivamente, menos que metade, mais precisamente, a terça parte, compartida com o ser-concreto e o ser-lógico, ou o que diz o mesmo, o onto-lógico. Não é preciso ser águia ou serpente perspicaz nem freqüentar os caminhos e ares da Floresta Negra, para saber que, sempre, o tempo vem primeiro, caso contrário, que ad-viria? A temporalidade — como correlato objetivo profundo da consciência, justamente por isso — que outra coisa poderia ser que não uma questão de Lógica? A questão central de Lógica, diríamos com rigor.

Podemos enveredar por qualquer canto, e, uma vez lá chegando, por tão só, a Lógica já nos estará pronta, esperando. A Política não seria um contra-exemplo? O mesmo vale para o indivíduo e o coletivo: no primeiro, por ser dado; no segundo, inexoravelmente

postergado, sempre, antes de tudo, o galho é ser-um, pré-qualificado; em outras palavras, quebrando-o, ou não, ele é lógico. Quanto à Ética, para mais exemplificar, vista da prática dos tribunais, liminarmente estará absolvido quem agiu privado da consciência — condição dos sentidos — ou por inconseqüência formal, momentânea ou enrustida: as duas, bem pensadas, são, também, questões de Lógica.

Não há precisão de outros casos e mais delongas: não nos permitamos mais desconhecer que a Lógica é assunto sério, tem a ver com tudo, com o todo como tal e cada um, não se podendo relegá-la aos profissionais tal como, já se disse, a guerra a generais. Escolas e notações, autoridades e seus olhares de assentimento ou reprovação sempre assustam um pouco; mas quanto delas fica de sério e quanto se vai, como se vão as novelas, depois que o tempo fez seu paciente serviço? Se isto, é hora de por mão à obra. Vejamos o que se pode, para começar, ir logo-fagiando.

1 1 - Análise Crítica do Atual Panorama da Lógica

Não é nosso propósito, como já se pôde depreender do tom da Introdução, proceder a uma análise *bem-comportada* e erudita do atual panorama da Lógica, tarefa hoje, aliás, quase impossível, dada, tão só, a enormidade de material a inventariar. Iremos direto ao que nos parece essencial.

Partimos, não de considerações teóricas, mas de uma vivência a nós irrecusável: de um lado, a intuição de que o ser-lógico está na raiz de todo *Ser*, conseqüentemente, na raiz de todas as problemáticas, tanto objetivas como subjetivas, tanto individuais como coletivas. De outro lado, a constatação da marginalidade teórica e prática da ciência do lógico, ou, simplesmente, da Lógica, marginalidade esta, de certo modo, realimentada pela própria "classe" dos lógicos profissionais.

Se atentarmos para o fato: que, de algum modo, a Lógica funda o Ocidente; que grandes filósofos de nossa época identificam, na parcialidade lógica do Ocidente, a própria origem de suas persistentes mazelas, como é o caso, por exemplo, de Heidegger |4| e K. Axelos |1| e mais, que os grandes filósofos modernos tiveram que ser grandes inovadores no campo da Lógica, tais como Kant, Fichte, Hegel e Husserl, não há como fugir à conclusão de que a inquietante vivência, acima mencionada, deve ser examinada com profundidade e igual seriedade. Onde situarmos as causas desta situação paradoxal, e, para quem a vive realmente, tão desconfortável?

Parece-nos que o primeiro grande problema situa-se na própria perda do lógico como objeto da Lógica. Que é o lógico e sua extensão, se é que ele de fato existe? Na alternativa de não existência, a Lógica seria apenas um ramo elementar das Matemáticas, isto é, das linguagens (ou estruturas) formais. Nesta circunstância, só secundariamente constituir-se-ia em assunto de estudo, sendo assim, primordialmente, algo de se inventar; e, em nenhuma hipó

tese, seria algo para se interpretar, a não ser que admitíssemos que ela não passa de um simples jogo. Pensamos que sobre isto não poderia existir dúvida, pois, *se duvido, pelo menos eu penso*, diria St° Agostinho, e, conseqüentemente, haveria, pelo menos, a possibilidade de uma Lógica Transcendental. Admitindo-se, o que não é muito, que outros pensem também, então, como o fazem ou deveriam fazê-lo bem, constituir-se-ia, inequivocamente, no objeto de uma Lógica Objetiva.

O que vem ocorrendo, fato largamente assumido e reforçado pelos lógicos profissionais, é justamente a trans-substanciação da Lógica em Matemática, o que revela um enorme contra-senso, e mais que tudo, uma verdadeira deserção. Aliás, se aceitarmos que toda ciência começa quando acha seu objeto, que dizer da Lógica atual, que justamente perdeu o seu?

É muito grave, pois, o que vem ocorrendo com a Lógica. Lógica não é Matemática; ela tem *objeto*, e este é o pensamento, no todo ou ainda que parcialmente. Poder-se-ia perguntar se não estaríamos com isso voltando ao psicologismo? Não, obviamente, nos termos em que o psicologismo traduz um posicionamento empirista ingênuo. Redefinindo o psicologismo, suprimindo-se o *ismo* ideológico, é claro que, de algum modo, Lógica e Psicologia da Percepção e do Pensamento são parentes próximos, e muito (Vide Spencer-Brown |8|).

Um outro problema que, de certa forma, é uma conseqüência do acima considerado, é o afastamento da Lógica daquilo que poderíamos denominar genericamente de Ciências Humanas, especialmente da Po

lítica e da Psicologia. Quando a aproximação ocorre, é em termos inquisitoriais, a Lógica indagando apenas sobre a validade lógico-formal do discurso das referidas ciências, jamais atuando co operativamente. Um desdobramento quase automático desta problemática é a cisão entre o que poderíamos chamar lógicas da identidade ou totalizantes (Lógica Transcendental, Lógica Dialética e outras variedades mais ou menos implícitas nas Ciências Humanas) e as Lógicas da Diferença (incluindo-se a Lógica Clássica e as dela desviantes, ou heterodoxas).

De modo geral, não se comunicam os lógicos profissionais (lógicos da diferença) e os filósofos que tratam das lógicas da identidade vinculadas às problemáticas do Sujeito e da História. Existem, é verdade, algumas iniciativas de formalização da dialética,mas que tentam fazê-lo com o sacrifício de suas especialidades.

A conseqüência de tudo isso é que a Lógica passou a ser um campo de especialistas deixando, cada vez mais, de ter uma projeção no que poderíamos chamar cultura comum do cidadão. Pelo papel que a Lógica, histórica e fundamentalmente, joga na estrutura cultural do Ocidente, esta situação afigura-se como uma evidente fraqueza. O esquecimento da questão do *Ser*, que, segundo Heidegger,nos fornece o fio diretor da compreensão da trajetória do pensamento ocidental, a nosso juízo, não é nada mais que a outra face do esquecimento da questão da Lógica.

1.2 - Aspectos Específicos Relativos às Lógicas da Diferença

Preliminarmente, diremos que por Lógicas da Diferença compreendemos todas as lógicas que deixam de lado o autêntico princípio da identidade ($\{E,C\}^0$) |7|, substituindo-o por sua *múmia*: o princípio da identidade *estática* (A = A). Por conseqüência, seu princípio ativo primordial passa a ser a operação de recorte (segregação, negatividade, analiticidade, diferenciação são todas aqui termos equivalentes), representada pelo grupo operatório {E,C}. Um modo alternativo de dizer o mesmo é que estas lógicas são governadas, precipuamente, pelo Princípio da Contradição, embora, no correr deste trabalho, tenhamos que reformular a expressão deste princípio; só então, a afirmativa acima referente à especificidade destas lógicas poderá vir a tornar-se inteiramente clara e justificada.

Exemplificando: pelo critério tipológico acima, devemos considerar como Lógicas da Diferença, entre outras, a Lógica Clássica, as intuicionistas, as para-consistentes, as de Lukasiewicz, Bochvar, Reichenbach, Post, Lesniewski, Newton da Costa, etc.

De modo geral, toma-se a Lógica Clássica como referência para o estabelecimento da tipologia das Lógicas da Diferença: de um lado, a Lógica Clássica; de outro, as lógicas não-*standard* (Haack |3|) ou heterodoxas (N. da Costa |2|). Embora difícil de estabelecer com precisão, aceita-se normalmente, como divisão principal das lógicas heterodoxas, a seguinte: lógicas estendidas (ou complementares) relativamente à Lógica Clássica e lógicas desvian-

tes (ou rivais da Lógica Clássica). Haack admite uma classe de lógicas quase-desviantes, paralelamente às duas anteriores.

A rigor, às lógicas estendidas ou complementares – tais como as lógicas modais de Lewis, epistêmicas, deônticas – como o próprio nome indica, devem ser consideradas como sistemas formais, que, embora altamente aderentes à Lógica Clássica, saem do âmbito estritamente lógico. Nestas circunstâncias, dever-se-ia simplificar a tipologia das Lógicas da Diferença, pondo-se, de um lado, a Lógica Clássica; de outro, as não-clássicas (ou desviantes ou, ainda, rivais).

A tipologia destas últimas inclui as chamadas lógicas para-consistentes e para-completas; as primeiras, aceitando o princípio do terço-excluso, mas não o da contradição, e as segundas, fazendo-o ao inverso. Existem muitas outras "lógicas" que extravasariam este par de alternativas; porém, esperamos demonstrar, no correr deste trabalho, que a classificação acima é necessária,e mais que tudo, suficiente para dar conta de todas as alternativas verdadeiramente lógicas não-clássicas.

1.3 - O Conflito entre Teoria das Objetividades e Logica Estabelecida

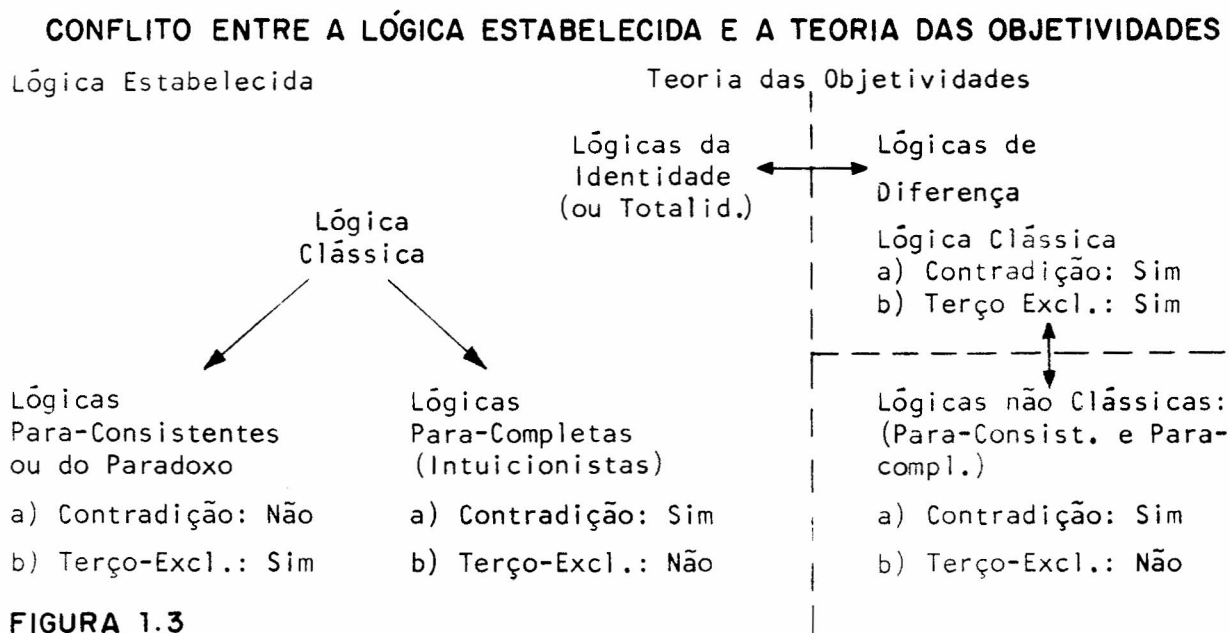
Para que a situação de conflito entre a Teoria das Objetividades |7| e a lógica estabelecida possa aparecer de forma clara e gritante, será conveniente tratarmos do assunto, em particular da lógica estabelecida, da forma mais simplificada possível.

Na lógica estabelecida, ressaltam três tipos de lógicas alternativas à Lógica Clássica, cada uma caracterizando-se pela rejeição de um dos três princípios básicos daquela: princípios da identidade, da contradição e do terço-excluso; tem-se, respectivamente, lógicas da não-identidade, lógicas da contradição (ou do paradoxo, ou ainda, para-consistentes) e lógicas para-completas (como, por exemplo, lógicas intuicionistas). Vamos deixar de lado as lógicas da não-identidade, em razão de que a busca de tal lógica pelos lógicos matemáticos, sem um conhecimento mínimo dos trabalhos de Kant, principalmente Fichte, e posteriormente Husserl no campo da lógica não-clássica (especificamente da lógica transcendental), é uma empresa quase tragi-cômica. Desconhece-se aí o fato mais elementar da Lógica Clássica: que o princípio da identidade estática (A = A) já, de algum modo, é uma violação, um não-princípio; mais precisamente: é a escamoteação do princípio de todos os princípios, como diria Fichte. Se algo há por fazer com o princípio da identidade *estática* é tentar ressuscitá-lo: violá-lo configura, em realidade, um autêntico caso de necrofilia.

Examinemos o panorama da lógica segundo a T.O.. Temos, de um lado, as lógicas da totalidade, transcendental (subjetiva) e dialética (objetiva), que estariam fora de confronto com as chamadas lógicas formais ou matemáticas, pois a formalização pressupõe justamente a exclusão do *movimento* totalizante do pensamento. Resta-nos, de outro lado, as lógicas da diferença, subdivididas em apenas duas classes: a objetiva, constituída pela Lógica Clássica, e as subjetivas ou operatórias, não-clássicas, formadas pe

las lógicas do paradoxo, intuicionista, etc. Ocorre que, além do critério dicotômico, subjetivo/objetivo que as classifica, está também um critério relativo aos princípios lógicos. Todas as lógicas da diferença têm, em comum, o aceitar o princípio da identidade estática (A = A) - que justamente as faz contrapor-se às lógicas da identidade - e o princípio da contradição, que não passa de um outro nome para *princípio da diferença* (ou negatividade). O que as diferencia internamente é o princípio do terço-excluso: a Lógica Clássica (lógica do sistema fechado, lógica do pensamento objetivado) que, por isto mesmo, aceita o princípio e o conjunto das outras duas lógicas que o rejeitam. Estas últimas são lógicas subjetivas, operatórias, lógicas abertas, incluindo tanto as lógicas do paradoxo como as lógicas intuicionistas.

A Figura 1.3 resume as duas posições: a da lógica estabelecida e a da Teoria das Objetividades; e evidencia claramente o conflito entre ambas.

FIGURA 1.3

O conflito é patente e profundo: se o mapeamento adotado pela lógica estabelecida estiver correto, a Teoria das Objetividades estará irremediavelmente errada; se, pelo contrário, a verdade estiver do lado da Teoria das Objetividades, teremos que cogitar numa revisão radical de alguns conceitos basilares da lógica estabelecida. Dizemo-la radical, tendo em mente que o que está por trás de toda a questão é, em realidade, a concepção corrente do que sejam os princípios da contradição e do terço-excluso. Ademais, teremos que enfrentar uma questão deveras intrigante: como, por tanto tempo, e tão amplamente, os lógicos profissionais poderiam ter-se enganado sobre assunto de tamanha importância?

É forçoso confessar que para nós, que vimos vivenciando uma fé crescente na Teoria das Objetividades, a questão assinalada, além de naturalmente difícil e profunda, se afigura não menos dramática; entrementes, não temos como dela nos evadir.

2. OS PRINCÍPIOS DA LÓGICA

Iniciaremos este capítulo com a apreciação e ulterior fixação de uma formulação do princípio do terço-excluso. Seguiremos, considerando o princípio da contradição e concluindo com uma proposta para sua reformulação. O capítulo encerrar-se-á com uma breve panorâmica da relação entre os três princípios: os dois acima referidos e o princípio da identidade *estática*.

2.1 - O Princípio do Terço-Excluso

A formulação usual do princípio do terço-excluso é feita com o recurso à negação e ao conectivo $\vee$: $p \vee \bar{p}$. Nas lógicas para-completas (inclusive as intuicionistas), esta expressão não é nem axioma nem teorema, de modo que a principal diferenciação intuitiva entre a Lógica Clássica e as para-completas fica satisfatoriamente caracterizada com a referida expressão do princípio. En

trementes, como fica a questão no caso das lógicas para-consis-
tentes?

2.1.1 - A Questão do Terço-Excluso nas Lógicas Para-Consistentes

A diferenciação das lógicas para-consistentes em relação à Lógi-
ca Clássica centra-se no princípio da contradição, expresso em
termos de negação e conjunção: $\overline{p \wedge \bar{p}}$. A Lógica Clássica obedece
ao princípio assim formulado, e as para-consistentes, em contras-
te, não têm esta expressão nem como axioma nem como teorema. Mas,
quanto ao terço-excluso? De modo geral, nas lógicas para-consis-
tentes, $p \vee \bar{p}$ constitui-se em axioma ou teorema. Quer isso di-
zer que as lógicas para-consistentes obedecem ao princípio do
terço-excluso? Esta é a questão-chave.

A nosso juízo, se nas lógicas para-consistentes admite-se, além
dos valores verdadeiro e falso, um valor paradoxal (ou expressão
intuitivamente equivalente), como admitir que elas satisfaçam ao
princípio do terço-excluso? Parece-nos um contra-senso. A con-
clusão é óbvia: de duas uma, ou o valor paradoxal, *vis-à-vis* os
clássicos valores falso e verdadeiro, não é um terceiro (?) ou
a formulação do princípio do terço-excluso está equivocada, exi-
gindo a sua reformulação.

2.1.2 - Fixação da Expressão do Princípio

Parece-nos que a via razoável de solução do problema é a reformulação do princípio do terço-excluso. Se aceitarmos que tanto as lógicas para-consistentes como as para-completas não obedecem ao princípio do terço-excluso, que passa a ser exclusivo da Lógica Clássica, a solução mais ou menos natural é caracterizar o princípio justamente como conjunção das características distintivas das lógicas heterodoxas *vis-à-vis* a Lógica Clássica.

A formulação do princípio seria então:

$$(p \vee \bar{p}) \wedge \overline{(p \wedge \bar{p})}$$

Embora perfeitamente aceitável, esta formulação ainda recorre aos conectivos lógicos $\vee$ e $\wedge$, que, como conectivos, são de nível $\{E,C\}^4$, e, portanto, de modo implícito, satisfazem às determinações de nível $\{E,C\}^2$, nível este a que está radicalmente vinculado o princípio do terço-excluso. Aqui, certamente, subexiste uma circularidade recôndita.

Podemos, alternativamente, apelar para uma formulação, por vezes encontrada, em termos de negação, mais precisamente, em termos de negação da negação: $C(C(\Psi)) = \Psi$ ou $\bar{\bar{p}} = p$. Esta expressão, note-se, aparece freqüentemente nas sistematizações da Lógica Clássica, ora como uma dupla de axiomas (por exemplo: $\bar{\bar{p}} \rightarrow p$ e $p \rightarrow \bar{\bar{p}}$ no sistema Hilbert, Bernay |6|), ora como teorema (por exemplo, no sistema Russel-Whitehead-Bernay |6|). Exatamente por superar

os inconvenientes antes mencionados, é que iremos, doravante, fixar-nos na fórmula $\bar{\bar{p}} = p$ como expressão do princípio do terço-excluso, em substituição à fórmula parcial $p \vee \bar{p}$.

Isto posto, teremos agora que admitir que tanto as lógicas para-completas quanto as para-consistentes violam, de modo simétrico, diríamos, o princípio; nas primeiras, embora válido $\overline{p \wedge \bar{p}}$ (ou alternativamente $\bar{\bar{p}} \to p$) não o é $p \vee \bar{p}$ (ou $p \to \bar{\bar{p}}$); nas segundas, ocorre justamente o contrário. A questão da distinção das lógicas heterodoxas entre si e relativamente à Lógica Clássica será retomada adiante, no Capítulo 3.

Por fim, a intrigante pergunta posta no item 1.3 (como teria sido possível a sobrevivência de um erro tão flagrante?) pode já ser parcialmente respondida. Os sistemas axiomáticos da Lógica Clássica identificavam apenas $p \vee \bar{p}$ como expressão do terço-excluso; porém, como os demais axiomas já comprometiam de forma aberta ou não $\overline{p \wedge \bar{p}}$, o que ocorria, de modo implícito, era que o verdadeiro princípio do terço-excluso ficava meta-lingüisticamente estabelecido: $(p \vee \bar{p}) \wedge_m (\overline{p \wedge \bar{p}})$, onde $\wedge_m$ indica o conectivo conjunção a nível meta-lingüístico, automaticamente presente na simples enumeração cumulativa dos axiomas.

2.2 - O Princípio da Contradição

A conclusão do item anterior leva-nos a uma problemática mais profunda: se a expressão $\overline{p \wedge \bar{p}}$ é apenas parte essencial ao princípio do terço-excluso, o que é então o princípio da contradição?

Qual deve ser sua melhor expressão? Estas são as principais questões que tentaremos enfrentar nos subitens subseqüentes, começando pela consideração do princípio nas lógicas para-completas. Concluiremos com uma proposta de conceituação e expressão do princípio da contradição.

2.2.1 - A Questão das Lógicas Para-Completas

Ao considerarmos a problemática do terço-excluso nas lógicas para-consistentes, chegamos à conclusão contrária ao que é habitual admitir: que essas lógicas não obedecem ao princípio do terço-excluso, mas apenas parte dele, $\overline{p \wedge \bar{p}}$. Fica-nos, com isto, a questão de se elas admitiriam ou não o princípio da contradição, ainda que com uma nova e mais adequada formulação.

É fácil perceber que as lógicas para-completas, ao não admitirem como axioma ou teorema a expressão $p \vee \bar{p}$, de fato não estão obedecendo ao princípio como um todo, mas apenas a uma parte sua necessária. Portanto, a conclusão é que, numa primeira aproximação, as lógicas para-completas e para-consistentes não obedecem ao terço-excluso, dele apartando-se, porém, de forma simétrica e complementar. Em outras palavras, a distinção destas lógicas está assim definida relativamente ao princípio do terço-excluso. Nestas circunstâncias, é natural admitir que ambas, possivelmente, obedecem ao princípio da contradição, este por ser ainda precisado. A questão, concordamos, está um tanto vaga, na medida em que o princípio ainda está por ser reformulado; entrementes, pedimos a paciência do leitor e confiemos em que tudo se esclareça no próximo item.

2.2.2 - Reformulação do Princípio

O princípio da contradição está essencialmente vinculado ao grupo operatório {E,C}, que funda o pensamento (ou lógica) da diferença. Como o único gerador de {E,C} é C, é natural que se associe este operador aos conceitos intuitivos de diferenciação, negação, segregação, complementaridade, etc. Podemos, pois, dizer que C é a negação formalizada.

Sabemos que C gera todos os elementos de {E,C}, do seguinte modo:

a) $E(\Psi) = C^2(\Psi)$

b) $C(\Psi) = C^3(\Psi)$

A escolha da expressão determinante de C deve recair sobre (b); primeiro, porque C, sendo um gerador, não deve ser conceituado apelando-se a um operador que não seja um gerador, o que ocorreria se a escolha recaísse sobre (a). Segundo: a expressão (b) é mais fraca que (a) e, em havendo diversas determinações de um ente, é princípio geral que devemos sempre recorrer à mais fraca. Isto, aliás, é evidente, na medida em que de (a) se pode deduzir (b) e não o contrário, como se pode ver:

$$C\ (C^2(\Psi)) = C\ (E(\Psi)) \Longrightarrow C^3(\Psi) = C(\Psi)$$

Os eigen-valores de C determinados por (b) irão determinar os estados alternativos invariantes para C.

Partindo-se da equação de determinação dos eigen-valores, teremos:

$C\ (\Psi) = \lambda\Psi$, que,multiplicada em ambos os lados por C, torna-se,

$C.C\ (\Psi) = C\lambda\ (\Psi)$; admitindo-se que C é linear, teremos:

$C^2\ (\Psi) = \lambda C(\Psi) = \lambda\lambda\Psi = \lambda^2\Psi$, que, multiplicada novamente por C, leva-nos a:

$C\ (C^2(\Psi) = C\ (\lambda^2\Psi))$ ou

$C^3\ (\Psi) = \lambda^2 C(\Psi) = \lambda^2.\lambda\Psi = \lambda^3\Psi$

Como $C^3\ (\Psi)$ por definição é igual a $C(\Psi)$, teremos também:

$C\ (\Psi) = \gamma^3\Psi$

Dado que $C\ (\Psi) = \lambda\Psi$, chegamos à igualdade $\lambda\Psi = \lambda^3\Psi$ e, finalmente, à equação determinante dos eigen-valores de C:

$\lambda^3 = \lambda$

As raízes de $\lambda^3 = \lambda$ são, obviamente, $\lambda_0 = 0, \lambda_1 = +1$ e $\lambda_2 = -1$

Como é de hábito, associaremos:

+1 a Verdadeiro

-1 a Falso

De modo geral, o valor $\lambda = 0$ (nada-ontológico) é desprezado; porém, como no caso do grupo $\{E,C\}^0$, o eigen-valor zero, veremos mais adiante, é de fundamental importância para a compreensão global da problemática das lógicas da diferença.

A tradução da equação $C^3(\Psi) = C(\Psi)$, em termos da operação monádica da negação sobre proposição, é imediata:

$$\bar{\bar{\bar{p}}} = \bar{p} \qquad \bar{\bar{\bar{p}}} \rightleftarrows \bar{p}$$

Esta é, sem dúvida, a verdadeira expressão do princípio da contradição, no âmbito da lógica proposicional.

Já sabemos que o princípio de identidade nas lógicas da diferen

ça é o princípio da identidade autêntico reduzido a $p \rightleftarrows p$; ainda assim, devemos considerar o princípio como de nível zero ou, equivalentemente, vinculado a $\{E,C\}^0$. Acabamos assim de verificar que o princípio da contradição está ligado a $\{E,C\}$, o que nos permite dizer então que ele é de nível 1.

Resta-nos considerar o princípio do terço-excluso. Este princípio, expresso como $\bar{\bar{p}} = p$, equivale a uma redução da expressão $\lambda^3 = \lambda$ para $\lambda^2 = 1$, que apresenta como raízes apenas $\lambda_1 = 1$ e $\lambda^2 = -1$. Isto equivale a dizer que o princípio do terço-excluso exclui a raiz zero como eigen-valor de C. Não é difícil aceitar, pois, que o terço-excluso é de nível $\{E,C\}^2$, na medida em que a redução das três alternativas a apenas +1 e -1 só pode ocorrer por um recorte sobre algo já determinado, vale dizer, como algo já recortado. Com isso, temos já determinados e expressos os três princípios com seus respectivos níveis ou grupos operatórios associados. Veja-se a Fig. 2.2.2, onde são apresentadas as expressões alternativas para os princípios utilizando, além da negação (-) e da implicação ($\rightarrow$), os conectivos $\wedge$ e $\vee$. Como já notamos anteriormente, consideramos inconveniente o uso dos conectivos, pois eles são de certo modo ambígüos, considerada a totalidade das lógicas da diferença e não apenas a Lógica Clássica.

OS PRINCÍPIOS DA LÓGICA

Nível	Princípios	Formulação
$\{E,C\}^0$	Da Identidade	$p \rightleftarrows p$
$\{E,C\}$	Da Contradição	$\bar{p} \rightleftarrows \bar{\bar{p}}$ ou $\bar{p} \vee \bar{\bar{p}}$
$\{E,C\}^2$	Do Terço Excluso	$p \rightleftarrows \bar{\bar{p}}$ ou $(p \vee \bar{p}) \wedge \overline{(p \wedge \bar{p})}$

FIGURA 2.2.2

2.3 - A Inter-relação entre os Princípios

A inter-relação entre os princípios não é imediatamente clara, tendo em vista as peculiaridades do princípio da identidade. Do princípio do terço-excluso pode-se deduzir o princípio da contradição, porém esta dedução exige o princípio da identidade na forma $C(\Psi) = C(\Psi)$ ou, o que é o mesmo, $p = p$. A dedução é óbvia: partindo-se exclusivamente da expressão do princípio do terço-excluso, $C^2(\Psi) = E(\Psi)$, multiplicando ambos os lados por C, teremos $C^3(\Psi) = C(E(\Psi)) = C(\Psi)$, que é justamente a expressão do princípio da contradição.

A relação de precedência (inversa da dedutibilidade) entre os princípios está ilustrada na Fig. 2.3.

RELAÇÃO DE PRECEDÊNCIA ENTRE OS PRINCÍPIOS

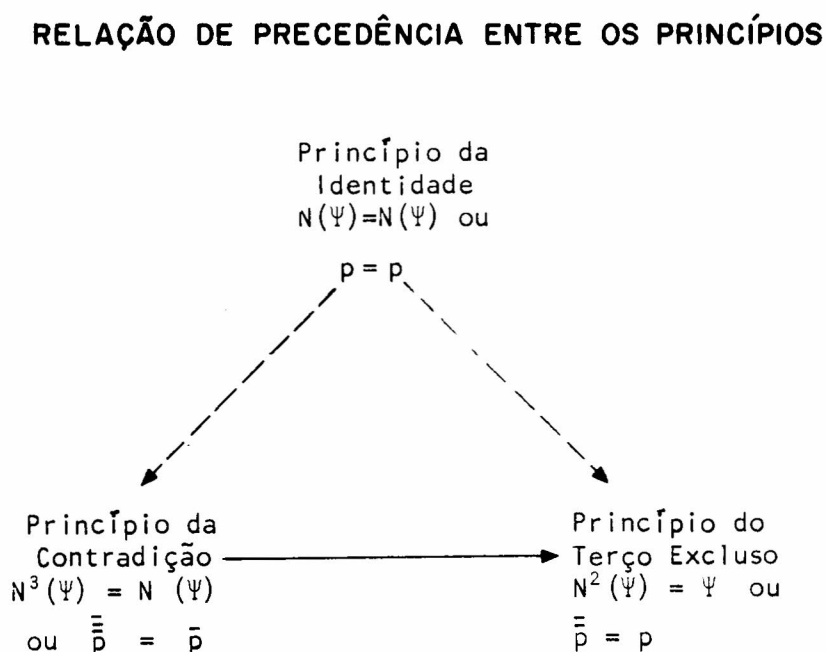



FIGURA 2.3

3. AS LÓGICAS DA DIFERENÇA

Dirimida a questão da exata formulação e expressão dos princípios fundamentais da Lógica Clássica, será possível retroceder e buscar uma classificação global das Lógicas da Diferença. Reafirmando, agora já com maior convicção, o que foi dito no item 1.2, podemos conceituar as Lógicas da Diferença como o conjunto das lógicas que:

a) Sob o aspecto negativo, distinguem-se das Lógicas da Identidade por não se valerem do princípio da identidade autêntica (isto é, elas proíbem seus "objetos" de serem, em qualquer instância, a própria operação $\{E,C\}^0$ ou constituírem-se em invariantes plenos dessa operação).

Em verdade, o princípio da identidade autêntica está, nestas lógicas, presente, porém, de modo empobrecido ou, como gostamos de di-

zer, mumificado, na forma de princípio da identidade *estática*, vale dizer, qualquer que seja A, então A = A.

b) Sob o aspecto positivo, as Lógicas da Diferença adotam como princípio básico e ativo o princípio da contradição, expresso, operatoriamente, por $C^3(\Psi) = C(\Psi)$ ou, na forma proposicional, por $\bar{\bar{\bar{p}}} = \bar{p}$.

As principais perguntas que gostaríamos de responder neste capítulo, são: é possível desenvolver um sistema axiomático para a Lógica da Diferença como um todo? Quais os critérios para a classificação geral das Lógicas da Diferença? Qual o resultado da aplicação desses critérios? Existe aí justificativa para que se dê à Lógica Clássica um *status* especial? Se há uma Lógica Clássica bivalente, teria sentido perguntar por uma Lógica Clássica trivalente, isto é, por uma representação extensiva de tabelas de verdade para todos os conectivos lógicos, obedecendo a um ou vários sistemas de axiomas (caracterização intensiva) da Lógica Clássica? Serão realmente possíveis lógicas mais-que-trivalentes e menos-que-bivalentes? Ou, de modo semelhante, porém restrito, as lógicas multi-valentes de Post são realmente Lógica? Há um paralelismo entre as Lógicas não-clássicas proposicional e do predicado e as correspondentes Lógicas Clássicas?

Por fim, uma pergunta de nível eminentemente pragmático: para que servem as Lógicas não-clássicas?

3.1 - A Negação: Uma Questão Preliminar

Tendo-se identificado a operação de negação com a operação C do grupo de transformação {E,C}, a dupla determinação de C como $C^3 = C$ e $C^2 = E$ leva-nos às seguintes indagações: se $C^3 = C$ é mais forte que $C^2 = E$, por que não ficamos apenas com esta última? Se admitimos que estamos diante de dois tipos de negação, uma forte e outra fraca, que outras alternativas de concepção da negação são perdidas, na passagem da negação fraca para a negação forte?

Para esclarecer estas questões, vamos examinar as operações monádicas em geral, entre as quais se encontra a negação.

Definamos preliminarmente a noção de operação monádica de ciclo n:

Se uma operação monádica X( ) é tal que $X^{n+m}(\ ) = X^{m}(\ )$, sendo n o valor mínimo para o qual isto acontece, dizemos então que a operação X( ) é de ciclo n.

Pode-se provar o seguinte teorema sobre operação monádica:

Qualquer que seja a operação monádica operando sobre um espaço de n pontos (variedade de n valores), no máximo ela será de ciclo n, o qual será alcançado no máximo em n reiterações. Simbolicamente, diríamos que se X( ) é uma operação monádica sobre o espaço $a = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, então, existe $s \in [\ell, n]$ e r com $s+r \in [\ell, n]$, tal que $X^{s+r}(a) = X^{r}(a)$.

Consideremos, inicialmente, as operações monádicas sobre o espaço constituído apenas pelos valores +1 (verdadeiro) e -1 (falso), como faz a Lógica Clássica. A Figura 3.1.a nos apresenta, nessa hipótese, o conjunto das alternativas possíveis.

ALTERNATIVAS DE OPERAÇÕES MONÁDICAS PARA 1,-1

1

p	O(p)	O^2(p)
1	-1	1
-1	1	-1

2

p	O(p)	O^2(p)
1	-1	-1
-1	-1	-1

3

p	O(p)	O^2(p)
1	1	
-1	-1	

4

p	O(p)	O^2(p)
1	1	1
-1	1	1

FIGURA 3.1.a

Temos $2^2 = 4$ alternativas; pelo teorema acima mencionado, poderemos ter apenas operações de ciclos n com $n \in \{1,2\}$ ocorrendo no máximo até a segunda reiteração. De fato, as alternativas (2), (3) e (4) são de ciclo 1 ocorrendo no máximo até a segunda reiteração, e a alternativa (1) é de ciclo 2 ocorrendo na segunda reiteração.

Se aceitarmos, como idéia geral, que a operação de negação é uma operação de ciclo 2, satisfeita tanto por $C^3 = C$ como $C^2 = E$, chegamos à conclusão que apenas a alternativa (1) pode ser admitida como a operação de negação. Pode-se, pois, concluir que não existe ambigüidade relativamente à negação no caso de restringirmo-nos aos eigen-valores +1 e -1, tal como ocorre na Lógica Clássica. O mesmo poder-se-ia dizer caso considerássemos a totalidade dos eigen-valores de C, isto é, se incluíssemos também o valor zero além de +1 e -1?

Neste caso, teremos $3^3 = 27$ alternativas. Ainda pelo teorema anterior, podemos saber que teremos apenas operações de ciclo n, com $n \in \{1,2,3\}$, ocorrendo, no máximo, até a terceira reiteração. De fato, é isto que nos mostra a Fig. 3.1.b.

ALTERNATIVAS DE OPERAÇÕES MONÁDICAS PARA 1,0,-1

1

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	
0	1	1	
-1	1	1	

2

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	1
0	1	1	1
-1	0	1	1

3

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	
0	0	0	
-1	1	1	

4

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	1	0
0	1	0	1
-1	1	0	1

5

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	
0	1	1	
-1	-1	-1	

6

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	1
0	-1	1	1
-1	1	1	1

7

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	1	-1
0	1	-1	1
-1	1	-1	1

8

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	
0	0	0	
-1	0	0	

9

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	1	0
0	1	0	1
-1	0	1	0

10

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	0	0
0	0	0	0
-1	1	0	0

11

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1		
0	0		
-1	-1		

12

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	
0	-1	0	
-1	0	-1	

13

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	1	0
0	1	0	1
-1	-1	-1	-1

14

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	0	-1
0	1	-1	0
-1	0	1	-1

15

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	-1	1
0	-1	1	0
-1	1	0	-1

16

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	1	-1
0	0	0	0
-1	1	-1	1

17

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	1	1	
0	-1	-1	
-1	-1	-1	

18

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	-1	-1
0	1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

19

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	1	-1
0	-1	1	-1
-1	1	-1	1

20

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	0	
0	0	0	
-1	0	0	

21

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	0	
0	0	0	
-1	-1	-1	

22

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	-1	0
0	-1	0	-1
-1	0	-1	0

23

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	0	0
0	0	0	0
-1	0	0	0

24

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	0	-1	-1
0	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

25

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	-1	
0	0	0	
-1	-1	-1	

26

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	0	-1
0	-1	0	-1
-1	0	-1	0

27

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{\bar{\bar{p}}}$
1	-1	-1	
0	-1	-1	
-1	-1	-1	

Obs.: A "—" indica aqui uma operação genérica

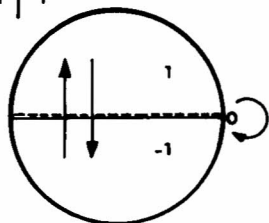
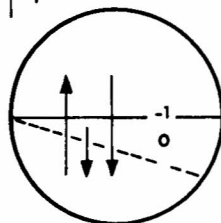
FIGURA 3.1.b

Se usarmos o nosso critério anterior, isto é, que só podem ser concebidas como negação operações de ciclo 2, teremos pela frente nada menos do que nove alternativas: (4), (7), (9), (12), (13), (16), (19), (22) e (26). Pode-se obter uma drástica redução das alternativas, usando-se um critério suplementar de equivalência, a saber: duas alternativas são consideradas equivalentes se for possível reduzir uma à outra pela simples substituição de zero por +1 ou -1; a possibilidade destas trocas evidencia que, a rigor, não se trata, no caso, de duas alternativas diferentes, mas de uma mesma operação em que previamente trocamos os significantes em jogo. A troca de +1 por -1, todavia, não caracteriza uma equivalência pela simples razão de +1 e -1 serem simétricos e só se distinguirem por uma prévia marcação de pelo menos um deles. A des-marcação, a rigor, constituir-se-ia numa petição de princípio; admiti-la seria o mesmo que dizer: seja X o elemento marcado, agora, suponhamos que não seja X o elemento marcado ...

Aceitando-se esse critério de redução, é fácil verificar que das nove alternativas anteriores restar-nos-ão apenas três, pois: (4) e (22) são equivalentes à (7) e (9); e (26) à (19); e, finalmente, (12) e (13), à (16).

No caso de $n = 3$, não é difícil verificar que a condição, (*ser de ciclo 2*) só pode ser satisfeita na forma $E = C^2$ (ou $p = \bar{\bar{p}}$) ou $C = C^3$ (ou $\bar{\bar{\bar{p}}} = \bar{p}$); em conseqüência, verificamos que todas as alternativas satisfazem à segunda condição, mas apenas a alternativa (16) satisfaz também à primeira.

Uma metáfora gráfica das alternativas de negação pode ser vista na Fig. 3.1.c., onde, para efeito comparativo, colocamos a representação da pseudo-negação (ou negação cíclica) representativa das alternativas (14) e (15) da Fig. 3.1.b.

As respostas às duas questões do início deste item podem ser agora dadas: de fato, a condição do princípio da contradição ($C^3 = C$ ou $\bar{\bar{\bar{p}}} = \bar{p}$) é fraca, pelo fato de deixar uma certa ambigüidade na noção de negação, que pode ser levantada, por exemplo, com a condição do terço-excluso ($C^2 = E$ ou $\bar{\bar{p}} = p$). A ambigüidade recai sobre a determinação da negação do eigen-valor zero, pois para isto temos três alternativas: o próprio zero, +1 e -1. A negação de zero com zero é exatamente a alternativa que obedece, além de ao princípio da contradição, ao do terço-excluso.

LÓG. CLÁSSICA p	p̄	LÓG. PARA-CONSISTENTE p	p̄	LÓG. PARA-COMPLETA p	p̄	CÁLCULO DE 3 VALORES p	p̄
1	-1	1	-1	1	-1	1	0
0	0	0	1	0	-1	0	-1
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1

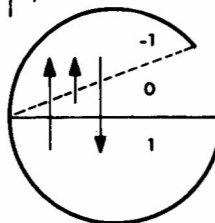
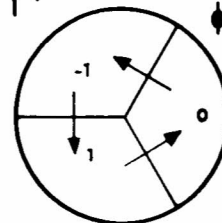



FIGURA 3.1.c

Dado que o princípio da contradição é o princípio essencial das lógicas da diferença, é mais ou menos natural que tomemos as três alternativas da negação que emergem do princípio, como o critério básico para classificação daquelas lógicas.

3.2 - A Lógica Clássica Bivalente

Vamos tomar como referência o sistema de axiomas para a Lógica Clássica estabelecido por Russel e Whitehead no *Principia Mathematica* e alterado por Bernay |6|. Este último mostrou que o sistema Russel-Whitehead era redundante, permitindo assim a diminuição do número de axiomas, de cinco para quatro (Kneale, Kneale |6|).

O sistema usa explicitamente apenas dois conectivos: a alternativa não exclusiva ($\vee$) e a implicação ($\rightarrow$), embora, implicitamente, use apenas um, pois além dos axiomas estabelece-se, por definição, $(p \rightarrow q) =_d (\bar{p} \vee q)$. Por motivos que só poderemos deixar claros no decorrer do texto, designaremos os quatro axiomas, excluída a definição acima, de sistema RWB I (Russel-Whitehead, Bernay), assim caracterizado:

a) $p \vee p \rightarrow p$

b) $p \rightarrow p \vee q$

c) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

d) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$

acompanhados do conjunto das seis primeiras regras de dedução estabelecidas por Hilbert-Ackermann |5|.

Chamaremos de RWB II o sistema constituído de RWB I, adicionando-se dois axiomas suplementares que substituem a definição de *implica*.

e) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$

f) $(\bar{p} \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

ou de forma abreviada,

e') $(p \rightarrow q) \rightleftarrows (\bar{p} \vee q)$

O objetivo que se tem em mente, com a substituição da definição por axiomas suplementares, é permitir que se estabeleçam degraus intermediários na edificação do RWB I ao RWB II.

Já está bem estabelecido que, para o sistema RWB II, existe uma e somente uma realização em termos de dois valores, sendo a negação e os conectivos $\vee$ e $\to$ representados extensivamente por:

p	$\bar{p}$
1	-1
-1	1

$\vee$	1	-1
1	1	1
-1	1	-1

$\to$	1	-1
1	1	-1
-1	1	1

Um dos teoremas mais fáceis de demonstrar neste sistema (vide |5| p. 32) é $\bar{\bar{p}} \rightleftarrows p$, expressão que, justamente, traduz o princípio do terço-excluso. Desta expressão, já o vimos, demonstra-se $\bar{\bar{\bar{p}}} \rightleftarrows \bar{p}$ que, por seu turno, é a expressão do princípio da contradição. Pergunta-se, agora, se seria possível uma lógica clássica trivalente, isto é, uma realização extensiva com os três valores +1, 0 e -1 obedecendo ao sistema RWB II? Não é difícil provar que isto é impossível e o faremos mostrando a impossibilidade de estabelecermos qualquer dos valores +1, 0 ou -1, para a conjunção $1 \wedge 0$.

Admitamos como primeira hipótese:

a) $1 \wedge 0 = 1$

como $p \vee q = \overline{\bar{p} \wedge \bar{q}} \Rightarrow -1 \vee 0 = \overline{\overline{-1} \wedge \bar{0}} = \overline{1 \wedge 0} = -1$

logo $-1 \vee 0 = -1$

como $p \vee q = q \vee p \Rightarrow$ (b) $0 \vee -1 = -1$

Dado que $p \to q = \bar{p} \vee q \Rightarrow 0 \to -1 = 0 \vee -1$

assim (c) $0 \to -1 = -1$

Pelo axioma $p \to (p \vee q) = 1$

acarreta $0 \to (0 \vee -1) = 1$; substituindo (b), temos $0 \to -1 = 1$

o que contraria (c) e, conseqüentemente, a hipótese (a).

Admitamos, alternativamente, como hipótese:

(d) $1 \wedge 0 = 0$

como $p \vee q = \overline{\bar{p} \wedge \bar{q}} \Rightarrow -1 \vee 0 = \overline{\overline{-1} \wedge \bar{0}} = \overline{1 \wedge 0} = \bar{0} = 0$

logo $-1 \vee 0 = 0$

como $p \rightarrow q = \bar{p} \vee q \Rightarrow 1 \rightarrow 0 = -1 \vee 0 = 0$

(e) logo, $1 \rightarrow 0 = 0$

Aceitando-se $p \vee \bar{p} = 1 \Rightarrow 0 \vee \bar{0} = 0 \vee 0 = 1$

como $p \rightarrow q = \bar{p} \vee q \Rightarrow 0 \rightarrow 0 = \bar{0} \vee 0 = 0 \vee 0 = 1$

logo $0 \rightarrow 0 = 1$

Pelo axioma $(p \vee p) \rightarrow p = 1 \Rightarrow (0 \vee 0) \rightarrow 0 = 1 \Rightarrow 1 \rightarrow 0 = 1$, o que contraria a conseqüência (e) e,como resultado,a hipótese (d).

Por fim, admitamos como hipótese:

(f) $1 \wedge 0 = -1$

Pelo axioma $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \rightarrow r) \rightarrow ((p \rightarrow (q \wedge r))] = 1$

$(1 \rightarrow 0) \rightarrow [(1 \rightarrow 1) \rightarrow ((1 \rightarrow (0 \wedge 1))] = 1$

substituindo (f): $(1 \rightarrow 0) \rightarrow [(1 \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow -1)] = 1$

dado que $1 \rightarrow 1 = 1$ e $1 \rightarrow -1 = -1 \Rightarrow (1 \rightarrow 0) \rightarrow (1 \rightarrow -1) = 1$

$\Rightarrow$ (g) $(1 \rightarrow 0) \rightarrow -1 = 1$

Por outro lado, como $p \vee q = \overline{\bar{p} \wedge \bar{q}}$, $\Rightarrow -1 \vee 0 = \overline{\overline{-1} \wedge \bar{0}} = \overline{1 \wedge 0} =$

$= \overline{-1} = 1$

ou seja: $-1 \vee 0 = 1$

como $p \rightarrow q = \bar{p} \vee q \Rightarrow 1 \rightarrow 0 = \bar{1} \vee 0 = -1 \vee 0 = 1$

temos, pois, que (h) $1 \rightarrow 0 = 1$

Substituindo (h) em (g), temos: $1 \rightarrow -1 = 1$, o que é absurdo, e conseqüentemente a hipótese (f) não pode ser também sustentada.

A conclusão é, pois, que em não se podendo determinar nenhum va-

lor para $1 \wedge 0$, não é possível determinar tabelas de valores 3 x 3 para os conectivos lógicos capazes de satisfazer aos axiomas da Lógica Clássica, conforme estabelecidos em RWB II.

De um modo metafórico, podemos dizer que posto o zero fora de jogo, seja através da estipulação da validade do terço-excluso, seja, o que é equivalente, fazendo $\bar{0} = 0$, seria um contra-senso que ele viesse a reaparecer na caracterização dos concectivos lógicos, que é, justamente, o modo de construir proposições novas a partir de proposições dadas *a priori*.

3.3 - Lógicas da Diferença Não-Clássicas Trivalentes

Em uma primeira instância, dado que a realização bivalente é única e está amarrada à condição $\bar{0} = 0$, chega-se à conclusão de que todas as possíveis lógicas não-clássicas são trivalentes e estão restritas à condição $\bar{0} = 1$ ou $0 = -1$.

Vamos agora provar que só existem duas realizações possíveis de tabelas de verdade para os conectivos lógicos, admitindo o subsistema axiomático RWB I, que resultou do RWB II, retirando-se a definição $p \rightarrow q =_d \bar{p} \vee q$, que leva necessariamente ao terço-excluso ($\bar{\bar{p}} = q$).

Pelo axioma (a), fazendo $x = 0 \Rightarrow 0 \vee 0 = 1$

Pelo axioma (b), fazendo x e $y = 0 \Rightarrow 0 \rightarrow 0 \vee 0 = 1$

Logo, pela regra V, $0 \rightarrow 0 = 1$

Pelo axioma (b) fazendo $x = 1$ e $y = 0$, $\Rightarrow 1 \rightarrow 1 \vee 0 = 1$, logo, pela regra de implicação, $1 \vee 0 = 1$

Pela regra III, se $1 \vee 0 = 1 \Rightarrow 0 \vee 1 = 1$

Temos pois, pelo sistema RWB I, os seguintes compromissos para as tabelas de $\vee$ e $\rightarrow$

$\vee$	1	0	-1
1	1	1	1
0	1		
-1	1		-1

$\rightarrow$	1	0	-1
1	1		-1
0		1	
-1	1		1

Façamos, inicialmente, a hipótese $1 \rightarrow 0 = 1$

Pelo axioma (d), fazendo $x = 1$, $y = 0$ e $z = -1$, temos:

$$(1 \rightarrow 0) \rightarrow [(-1 \vee 1) \rightarrow (-1 \vee 0)] = 1$$

Em conseqüência, como $-1 \vee 1 = 1$, temos:

$$(1 \rightarrow 0) \rightarrow [1 \rightarrow (-1 \vee 0)] = 1 \Rightarrow (1 \rightarrow 0) \rightarrow (-1 \vee 0) = 1$$

Pela regra de implicação, como, por hipótese, $(1 \rightarrow 0) = 1 \Rightarrow (-1 \vee 0) = 1$

Pela regra III, se $(-1 \vee 0) = 1 \Rightarrow (0 \vee -1) = 1$

Pelo axioma (d), fazendo $x = 1$, $y = 0$ e $z = 0$, temos:

$$(1 \rightarrow 0) \rightarrow [(0 \vee 1) \rightarrow (0 \vee 0)] = 1$$

Como $(0 \vee 1 = 1 \Rightarrow (1 \rightarrow 0) \rightarrow [1 \rightarrow (0 \vee 0)] = 1$

Como, por hipótese, $(1 \rightarrow 0) = 1 \Rightarrow [1 \rightarrow (0 \vee 0)] = 1$; pela regra de implicação, então, necessariamente, $(0 \vee 0) = 1$

Temos, com isto, preenchido completamente a tabela para $\vee$ na hipótese $(1 \rightarrow 0) = 1$

$\vee$	1	0	-1
1	1	1	1
0	1	1	1
-1	1	1	-1

Determinemos, agora, a tabela para $\rightarrow$.

Pelo axioma (d), fazendo $x = 0$, $x = -1$ e $z = -1$, temos:

$$(0 \to -1) \to [(-1 \vee 0) \to (-1 \vee -1)] = 1$$

Como $(-1 \vee 0) = 1$ e $(-1 \vee -1) = -1 \Rightarrow (0 \to -1) \to (1 \to -1) = 1$

Tendo em vista que $(1 \to -1) = 1 \Rightarrow (0 \to -1) = -1$

Sabendo-se que $(-1 \to 1) = 1$ e $(1 \to 0) = 1$, pela regra V,

$$(-1 \to 0) = 1$$

Pelo axioma (b) fazendo $x = 0$ e $y = 1$, temos:

$$0 \to (0 \vee 1) = 1; \text{ como } (0 \vee 1) = 1 \Rightarrow (0 \to 1) = 1$$

Com isto finalizamos o preenchimento da tabela para $\to$ na hipótese $(1 \to 0) = 1$

$\to$	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	1	1	1

Façamos alternativamente a hipótese $(0 \to -1) = 1$

Pelo axioma (d), fazendo $x = 0$, $y = -1$ e $z = -1$, temos:

$$(0 \to -1) \to [(-1 \vee 0) \to (-1 \vee -1)] = 1$$

Como $(0 \to -1) = 1$ por hipótese e, $(-1 \vee -1) = -1$, $\Rightarrow$

$$1 \to [(-1 \vee 0) \to -1] = 1$$

Pela regra de implicação, $(-1 \vee 0) \to -1 = 0$ e, conseqüentemente,

$$(-1 \vee 0) = -1$$

Pela regra III, se $(-1 \vee 0) = -1 \Rightarrow (0 \vee -1) = -1$

Ainda pelo axioma (d) fazendo $x = 0$, $y = -1$ e $z = 0$, temos:

$$(0 \to -1) \to [(0 \vee 0) \to (0 \vee -1)] = 1$$

Por hipótese, $(0 \to -1) = 1$ e, como já sabemos que $(-1 \vee 0) = -1$, teremos:

$$1 \to [(0 \vee 0) \to -1] = 1$$

Pela regra de implicação, $(0 \vee 0) \to -1 = 1$ e, conseqüentemente, $(0 \vee 0) = -1$

Com isto teremos determinado toda a tabela para V, na hipótese $(0 \to -1) = 1$:

V	1	0	-1
1	1	1	1
0	1	-1	-1
-1	1	-1	-1

Vejamos agora a complementação da tabela para $\to$.

Tomando-se o axioma (b) e fazendo $x = 0$ e $y = 1$, teremos:

$0 \to (0 \vee 1) = 1$; dado que $(0 \vee 1) = 1$, temos, por conseqüência, $(0 \to 1) = 1$

Retomemos o axioma (d) e façamos $x = 1$, $y = 0$ e $z = -1$; neste caso teremos: $(1 \to 0) \to [(-1 \vee 1) \to (-1 \vee 0)] = 1$; como $(-1 \vee 1) = 1$, acarreta: $(1 \to 0) \to [1 \to (-1 \vee 0)] = 1$ e como $(-1 \vee 0) = -1$, chega-se a: $(1 \to 0) \to -1 = 1$ que só pode ocorrer na circunstância $(1 \to 0) = -1$.

Pela regra V, se $A \to B$ e $B \to C$ então $A \to C$. Fazendo $A = X$, $B = Y$ e $C = Z$, teremos: se $X \to Y$ e $Y \to Z$ então $X \to Z$. Agora fazendo $X = -1$, $Y = 1$ e $Z = 0$, teremos: se $(-1 \to 1)$ e $(1 \to 0)$ então $(-1 \to 0)$. Como, na verdade, $(-1 \to 1) = 1$ e $(1 \to 0) = 1$ então, obrigatoriamente, $(-1 \to 0) = 1$

Com isto, teremos preenchido completamente a tabela para $\to$ na hipótese $(0 \to -1) = 1$:

$\to$	1	0	-1
1	1	-1	-1
0	1	1	1
-1	1	1	1

A conclusão é, pois, que só é possível preencher as tabelas dos

conectivos $\vee$ e $\rightarrow$ de dois modos diversos que atendam às determinações do sistema axiomático RWB I.

Combinemos, agora, as duas possibilidades de negação de zero, exclusive o próprio zero, com as duas alternativas de definição dos conectivos $\vee$ e $\rightarrow$, e determinemos os valores para $p \rightarrow \bar{\bar{p}}$ e $\bar{\bar{p}} \rightarrow p$

	Alternativa $(1 \rightarrow 0) = 1$	Alternativa $(0 \rightarrow -1) = 1$
$C(0) = 1$	$p \rightarrow \bar{\bar{p}} \Rightarrow (0 \rightarrow -1) \neq 1$	$p \rightarrow \bar{\bar{p}} \Rightarrow (0 \rightarrow -1) = 1$
	$\bar{\bar{p}} \rightarrow p \Rightarrow (-1 \rightarrow 0) = 1$	$\bar{\bar{p}} \rightarrow p \Rightarrow (-1 \rightarrow 0) = 1$
$C(0) = -1$	$p \rightarrow \bar{\bar{p}} \Rightarrow (0 \rightarrow 1) = 1$	$p \rightarrow \bar{\bar{p}} \Rightarrow (0 \rightarrow 1) = 1$
	$\bar{\bar{p}} \rightarrow p \Rightarrow (1 \rightarrow 0) = 1$	$\bar{\bar{p}} \rightarrow p \Rightarrow (1 \rightarrow 0) \neq 1$

Verifica-se que, na alternativa $C(0) = -1$ e $(1 \rightarrow 0)$, ocorre $(0 \rightarrow 1) = 1$ e $(1 \rightarrow 0) = 1$, ou seja, há uma equivalência entre 0 e 1, de modo que esta alternativa é a própria Lógica Clássica, onde 0 e 1 são apenas dois significantes para o significado "verdadeiro". Do mesmo modo, na alternativa $C(0) = 1$ e $(0 \rightarrow -1) = 1$ aparece a equivalência entre 0 e -1, isto é, estes são apenas dois significantes alternativos para *falso*, numa estrutura formal isomórfica à Lógica Clássica. Poderemos pois concluir que apenas as duas alternativas restantes realmente distinguem-se da Lógica Clássica: para $C(0) = 1$ e $(1 \rightarrow 0) = 1$ não vale $\bar{\bar{p}} \rightleftarrows p$, mas tão somente $\bar{\bar{p}} \rightarrow p$ e para $C(0) = -1$ e $(0 \rightarrow -1) = 1$ também não vale $\bar{\bar{p}} \rightarrow p$ mas tão apenas $p \rightarrow \bar{\bar{p}}$. A última destas alternativas, seguindo a tradição, denominaremos lógicas da diferença para-completas e a primeira, lógicas da diferença para-consistentes. Estas são, em síntese, as

únicas alternativas de lógicas da diferença não-clássicas.

3.4 - Panorama Geral das Lógicas da Diferença

Para que possamos traçar um panorama geral das lógicas da diferença, seria interessante estabelecer um sistema axiomático de base para a Lógica da Diferença em geral (LD) e a este aduzir novos axiomas específicos para cada uma das variantes, tanto a Clássica como para as não-clássicas.

Vamos partir do subsistema RWB I (vide subitem anterior), que é o sistema completo para a Lógica Clássica, dito RWB II, do qual retirou-se a definição $(p \rightarrow q) =_d (\bar{p} \vee q)$. Este ponto de partida justifica-se pelo fato das tabelas de negação e conectivos da Lógica Clássica, das lógicas intuicionistas e das lógicas para-consistentes satisfazerem ao subsistema RWB I, mas não ao sistema completo RWB II. Esta situação está relativamente bem ilustrada na figura 3.4.a.

Nosso trabalho será pois substituir $(p \rightarrow q) =_d (\bar{p} \vee q)$ por axiomas fracos que ainda assim deixem passar todas aquelas lógicas, pelo menos. A nossa sugestão é a introdução do próprio princípio da contradição, suplementado por uma forma fraca de expressão substituída:

e) $\bar{\bar{\bar{p}}} \rightleftarrows \bar{p}$

f) $(\bar{\bar{p}} \rightarrow q) \rightleftarrows (\bar{p} \vee q)$

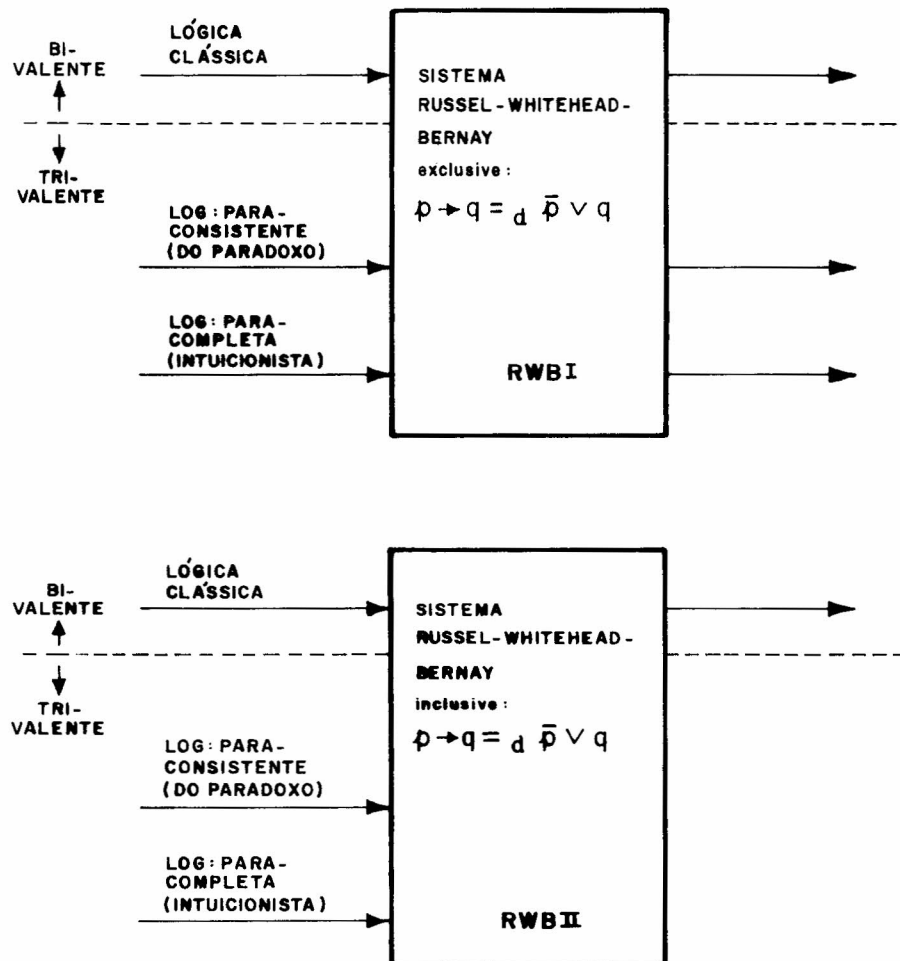



FIGURA 3.4.a

Para que se possa estabelecer uma estrutura simétrica relativamente às lógicas para-consistentes e para-completas, é desejável que se introduza também o conectivo lógico conjunção, o que pode ser feito através do estabelecimento dos quatro axiomas abaixo:

g) $p \rightarrow (p \wedge p)$
h) $(p \wedge q) \rightarrow p$
i) $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
j) $(p \rightarrow \bar{\bar{q}}) \rightleftarrows \overline{(p \wedge \bar{q})}$

O sistema axiomático para as Lógicas da Diferença Completas (LDP) será obtido juntando-se a LD um simples axioma:

k) $\bar{\bar{p}} \to p$

É fácil demonstrar que em LDP é válido o teorema $p \vee \bar{p}$, bastando que se substitua em (f) q por p e obtendo: $(\bar{\bar{p}} \to p) \rightleftarrows (\bar{p} \vee p)$

Como $\bar{\bar{p}} \to p$ é verdadeiro em LDP, acarreta $\bar{p} \vee p$ necessariamente verdadeiro.

Pode-se afirmar meta-teoricamente que se T é um teorema em LDP, então $(\bar{\bar{p}} \to p) \to$ T deve ser um teorema em LD. No caso do teorema $\bar{p} \vee p$ de LDP deveremos ter, pois, $(\bar{\bar{p}} \to p) \to (\bar{p} \vee p)$ em LD. De fato, tomando-se o axioma (f) e fazendo simplesmente $q = p$, demonstra-se esse teorema.

Voltando ao sistema LDP, pode-se demonstrar um segundo teorema:

$(p \to q) \to (\bar{p} \vee q)$

A demonstração se faz partindo do axioma (d) e fazendo $r = \bar{p}$ e obtendo: $(p \to q) \to [(\bar{p} \vee q) \to (\bar{p} \vee q)]$

Como o teorema anterior estabelece que $\bar{p} \vee p$ é verdadeiro, acarreta necessariamente que: $(p \to q) \to (\bar{p} \vee q)$, como queríamos mostrar.

Para a Lógica da Diferença Consistente obtém-se um sistema axiomático (LDS) partindo também de LD tão simplesmente adicionando o axioma (l):

l) $p \to \bar{\bar{p}}$

Mostra-se facilmente que $\overline{p \wedge \bar{p}}$ é um teorema de LDS partindo-se do axioma (j) e fazendo-se $q = p$. Assim, temos:

$(\overline{p \wedge \bar{p}}) \to (p \to \bar{\bar{p}})$

Conseqüentemente, como $p \rightarrow \bar{\bar{p}}$ é verdadeiro, então $\overline{p \wedge \bar{p}}$ é também verdadeiro em LDS.

Pode-se demonstrar em LDS, ainda, um teorema simétrico ao segundo do teorema de LDD, a saber:

$(p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

A demonstração deste teorema é bastante fácil: pelo axioma (f), temos que:

$(\bar{p} \vee q) \rightarrow (\bar{\bar{p}} \rightarrow q)$; por outro lado, como, por hipótese $(p \rightarrow \bar{\bar{p}})$, então, se $(\bar{\bar{p}} \rightarrow q)$, necessariamente, $(p \rightarrow q)$. Juntando-se esta última conclusão ao axioma (f) temos, portanto:

$(\bar{p} \vee q) \rightarrow (\bar{\bar{p}} \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ e, conseqüentemente:

$(\bar{p} \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ como queríamos demonstrar.

Note-se que este teorema em LDS e o seu correspondente, já demonstrado em LDP, isto é, $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$, de certo modo constituem-se num *split* da expressão definidora:

$(p \rightarrow q) =_d (\bar{p} \vee q)$ de RWB II.

Neste ponto, utilizando-se o meta-teorema anteriormente mencionado, poder-se-á demonstrar que se $\overline{p \wedge \bar{p}}$ é um teorema em LDS, então, a expressão:

$(\bar{p} \rightarrow \bar{\bar{p}}) \rightarrow (\overline{p \wedge \bar{p}})$

é um teorema em LD. Efetivamente, isto é verdade, bastando que se faça $q = p$ no axioma (j) de LD.

A Lógica Clássica também é obtida de LD juntando-se apenas o axioma (m):

m) $p \rightleftarrows \bar{\bar{p}}$

ou, o que é equivalente, adicionando-se, simultaneamente, os axio mas (k) de LDP e (l) de LDS ao sistema LD.

Para uma visão panorâmica das lógicas da diferença e de suas interdependências ver figura 3.4.b.

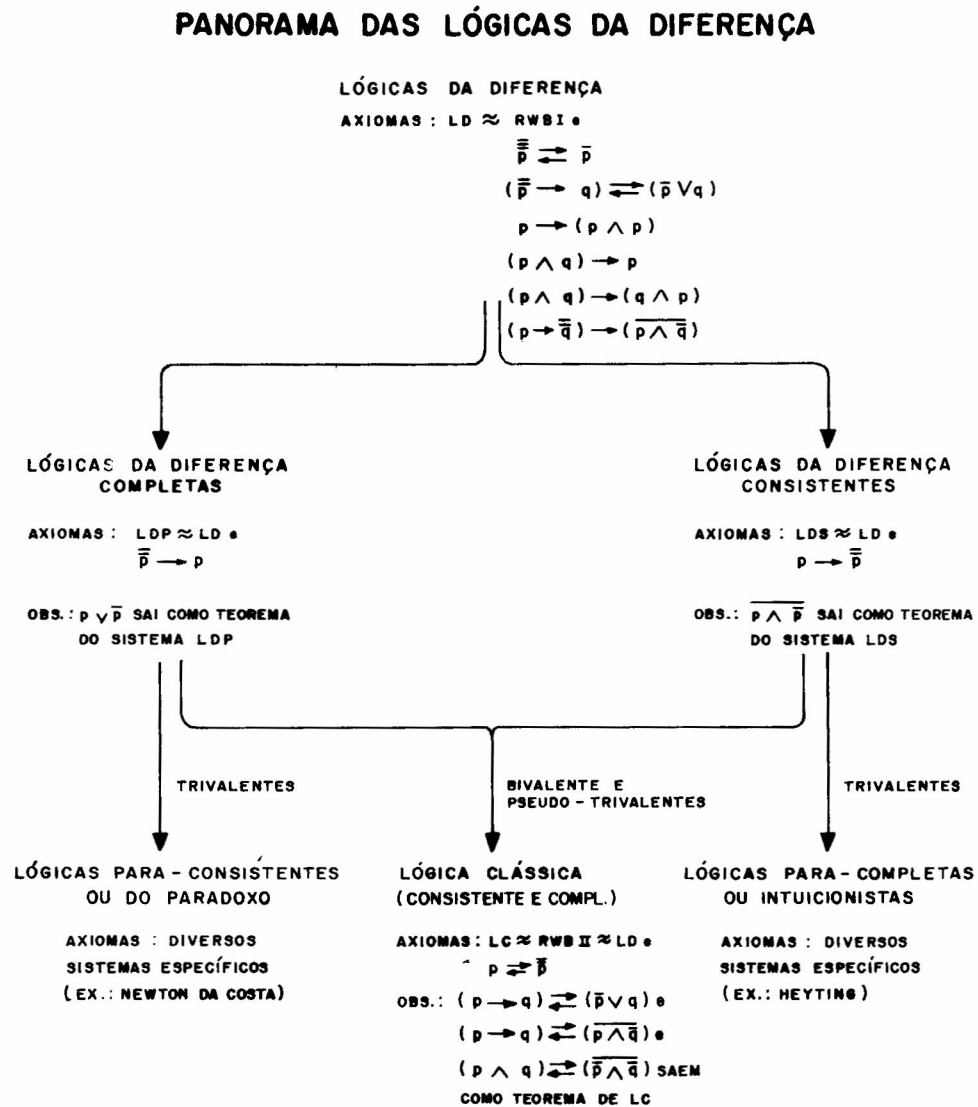



FIGURA 3.4.b

À guisa de informação suplementar, apresentamos na figura 3.4.c as tabelas de valores tanto para a Lógica Clássica quanto para as lógicas não-clássicas trivalentes. Inclui-se, além das tabelas para a negação, conjunção, alternativa não-exclusiva e implicação,

a tabela relativa ao conectivo *equivalência* definido, como é usual:

$$p \leftrightarrow q =_d (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

A propósito, observe-se que quando ($\bar{0}$ = -1) temos estabelecido a equivalência entre os valores zero e falso (0 ↔ -1) e, de modo simétrico, quando ($\bar{0}$ = 1), a equivalência estabelece-se entre os valores zero e verdadeiro (0 ↔ 1). Isto nos obriga, pois, a um alargamento da noção de equivalência nas lógicas não-clássicas relativamente à noção correspondente da Lógica Clássica.

TABELAS DE VALORES PARA OS CONECTIVOS ∧, ∨, →, ↔

LÓGICA BIVALENTE CLÁSSICA

p	$\bar{p}$
1	-1
0	0
-1	1

∧	1	0	-1
1	1		-1
0			
-1	-1		-1

∨	1	0	-1
1	1		1
0			
-1	1		-1

→	1	0	-1
1	1		-1
0			
-1	1		1

↔	1	0	-1
1	1		-1
0			
-1	-1		1

LÓGICA TRIVALENTE PARA-CONSISTENTE (DO PARADOXO)

p	$\bar{p}$
1	-1
0	1
-1	1

∧	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	-1	-1	-1

∨	1	0	-1
1	1	1	1
0	1	1	1
-1	1	1	-1

→	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	1	1	1

↔	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	-1	-1	1

LÓGICA TRIVALENTE PARA-COMPLETA (INTUICIONISTA)

p	$\bar{p}$
1	-1
0	-1
-1	1

∧	1	0	-1
1	1	-1	-1
0	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1

∨	1	0	-1
1	1	1	1
0	1	-1	-1
-1	1	-1	-1

→	1	0	-1
1	1	-1	-1
0	1	1	1
-1	1	1	1

↔	1	0	-1
1	1	-1	-1
0	-1	1	1
-1	-1	1	1

FIGURA 3.4.c

3.5 - Toda "Lógica" é Lógica?

Num certo sentido, grande parte dos lógicos profissionais parece ter dúvidas se suas "lógicas" são efetivamente Lógica, e, por via das dúvidas, costumam chamá-las de *cálculo*. Isto é uma sutil confirmação do que chamamos atenção no item 1.1, quando dissemos que os lógicos, em sua maioria, perderam seu objeto e passaram a fazer um tipo especial de Matemática.

É óbvio que estamos exagerando. Por exemplo, a Lógica Intuicionista com os axiomas de Heyting |3|, assim concebidos:

I - $p \to (p \wedge p)$

II - $(p \wedge q) \to (q \wedge p)$

III - $(p \to q) \to (p \wedge r) \to (q \wedge r)$

IV - $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$

V - $q \to (p \to q)$

VI - $(p \wedge (p \to q)) \to q$

VII - $p \to (p \vee q)$

VIII - $(p \vee q) \to (q \vee p)$

IX - $((p \to r) \wedge (q \to r)) \to ((p \vee q) \to r)$

X - $\bar{p} \to (p \to q)$

XI - $((p \to q) \wedge (p \to \bar{q})) \to \bar{p}$

ou, a variante de Johansson, que suprime o axioma X, são exemplos claros de Lógica Para-Completa. O próprio leitor poderá verificar que as tabelas de verdade referentes à Lógica Para-Completa mostradas na figura 3.4.b satisfazem a todos os onze axiomas de Heyting; obviamente, os dez de Johansson.

O mesmo pode-se dizer da lógica para-consistente de Newton da Cos

ta |2|, com os seguintes axiomas:

1 - $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

2 - $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$

3 - $(A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$

4 - $(A \wedge B) \rightarrow A$

5 - $(A \wedge B) \rightarrow B$

6 - $(A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$

7 - $A \rightarrow (A \vee B)$

8 - $B \rightarrow (A \vee B)$

9 - $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$

10 - $A \vee \bar{A}$

11 - $\bar{\bar{A}} \rightarrow A$

12 - $B^0 \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A}))$

13 - $A^0 \wedge B^0 \rightarrow (A \rightarrow B)^0$

14 - $A^0 \wedge B^0 \rightarrow (A \wedge B)^0$

15 - $A^0 \wedge B^0 \rightarrow (A \vee B)^0$

onde $X^0 = \overline{X \wedge \bar{X}}$

que são perfeitamente compatíveis com as tabelas de verdade para as lógicas para-consistentes em geral, apresentadas no item 3.4.

Quanto às "lógicas" do tipo trivalente de Lukasiewicz e Post, são, manifestamente, casos de estruturas puramente matemáticas,que só aproximadamente podem ter uma interpretação significativamente lógica.

Um caso interessante é o da lógica "trivalente" de Kleene |3|. Nesta lógica, as tabelas para negação e os conectivos lógicos conjun

ção ($\wedge$), alternativa não-exclusiva ($\vee$), implicação ($\longrightarrow$) e equi valência ($\longleftrightarrow$) são, respectivamente:

p	$\bar{p}$
v	f
u	u
f	v

$\wedge$	v	u	f
v	v	u	f
u	u	u	f
f	f	f	f

$\vee$	v	u	f
v	v	v	v
u	v	u	u
f	v	u	f

$\longrightarrow$	v	u	f
v	v	u	f
u	v	u	u
f	v	v	v

$\longleftrightarrow$	v	u	f
v	v	u	f
u	u	u	u
f	v	u	v

Não é difícil verificar que estas tabelas não satisfazem ao sub -sistema RWB 1,como também a nenhuma das expressões $p \to \bar{\bar{p}}$, $\bar{\bar{p}} \to p$, $p \vee \bar{p}$ e $\overline{p \wedge \bar{p}}$, dando a entender que se trata de uma lógica tri valente sui-generis.

A rigor, não é nada disso. Estamos, sim, diante de uma extensão da Lógica Clássica bivalente, em que o eigen-valor zero foi efeti vamente posto fora de jogo, e o "terceiro" valor u não passa da alternativa exclusiva do verdadeiro e do falso:

$$u =_d (v \text{ ou } f)$$

Esta interpretação permite-nos, inclusive, aceitar a esdrúxula situação que se apresenta na tabela de verdade para a equivalên cia, onde $u \longleftrightarrow u$ não é verdadeira, mas toma o valor u. De fato, se p é *verdadeiro ou falso* e q é também *verdadeiro ou falso* não podemos afirmar a equivalência das duas proposições, mas apenas dizer que a equivalência (clássica) pode se dar ou não, isto é, tem o "valor" u.

Em suma, a lógica de Kleene é uma montagem *em paralelo* da própria Lógica Clássica, com uma expressão reduzida desta última, em que pelo menos algumas proposições estão ainda em *estado* de sentença

(i. é, embora necessariamente verdadeiras ou falsas ainda não tiveram estipulados seus valores de verdade).

Por fim, temos "lógicas" do tipo lógica trivalente de Bochvar, que obedecem a qualquer das axiomáticas clássicas e que, em verdade, são a própria Lógica Clássica, distinguindo-se apenas pelo fato de terem sido utilizados dois significantes para o mesmo valor lógico; a rigor, ela é pseudo-trivalente.

Obviamente, ficam muitas "lógicas" a considerar; deixamos ao leitor examiná-las e julgar, por si, a validade ou não, das teses aqui defendidas.

4. CONSIDERAÇÕES FILOSÓFICAS SOBRE AS LÓGICAS DA DIFERENÇA

Se toda lógica da diferença deriva da operação lógico-formal {E,C}, e se a *realidade lógica* pode ser objetiva e essencialmente caracterizada pelos vetores de peso de {E,C}, toda a questão da interpretação das Lógicas da Diferença deverá assentar na interpretação dos modos de transformação ou composição daqueles vetores de peso, a saber: (1), (-1) e o trivial (0).

Quais as possibilidades de definição de operadores monádicos sobre os vetores de peso? Eis a questão preliminar.

Como vimos no item 3.1, para a operação identidade E, temos apenas uma alternativa e, para C (negação), três alternativas, conforme resume a Fig. 4.a.

Como E não deixa alternativas, toda a possível discriminação das Lógicas da Diferença terá que basear-se nas noções alternativas de negação.

OPERADORES MONÁDICOS

p	E(p)
1	1
0	0
-1	-1

p	C_0(p)	C_1(p)	C_{-1}(p)
1	-1	-1	-1
0	0	1	-1
-1	1	1	1

FIGURA 4.a

A primeira alternativa, C_0, onde $C_0(0) = 0$, como foi demonstrado no item 3.2, leva-nos forçosamente à conclusão da impossibilidade de uma *lógica trivalente clássica*; em outras palavras, diz-nos que é impossível definir as tabelas dos conectivos lógicos (em especial os conectivos conjugação, disjunção e implicação), incluindo o argumento *zero*, de modo a satisfazer aos esquemas axiomáticos da Lógica Clássica. De fato, isto teria que ser desta forma, pois, do contrário, o valor zero, que fora posto *fora de jogo* pela propriedade $C(C(p)) = p$, voltaria a atuar, compondo-se com ele próprio ou com um dos outros valores através dos conectivos lógicos: estar-se-ia violando o princípio do terço-excluso, que constitui axioma explícito ou implícito (teorema) fundamental da Lógica Clássica.

O zero posto *fora de jogo* é o Nada posto *fora de jogo*, não mais podendo por tal ocorrer a *oposição* 1/0 ou -1/0; significa isso, pois, que a temporalidade está tacitamente excluída do universo considerado.

Não é, aliás, senão por isto, que a Lógica Clássica constitui-se fundamentalmente na lógica dos sistemas (estabelecidos); se o tem

po aí ainda aparece, é apenas de modo especializado, mumificado, isto é, alguma oposição +1/-1 aparentemente assume-lhe a função. Ao invés do tempo do inesperado, temos um tempo morto, que tão só ratifica o calculado.

No caso de negação C_1, não temos mais $C_1(C_1(p)) = p$, mas tão apenas $C_1(C_1(C_1(p))) = C_1(p)$, isto é, estamos apenas governados pelo princípio da contradição e liberados dos estreitos limites do princípio do terço-excluso.

Nestas circunstâncias, o valor zero é re-suscitado, *entrando em jogo* já na negação, como também compondo-se com +1 e -1, na definição das tabelas de verdade dos conectivos lógicos.

Precisemos um pouco mais: ao valor +1 não se contrapõe apenas o valor -1, sua negação externa (espacial), mas também, agora, o valor zero, que passa a constituir sua negatividade interna, ortogonal à primeira.

A oposição zero (ou Nada)/+1 constitui, já o sabemos, a temporalidade, e, nesta condição, +1 passa a existir num horizonte temporal que lhe é exclusivo. Dizendo-o de outro modo, o recortado (+1) historiciza-se internamente, ou, o "sistema" deixa de sê-lo como tal, podendo vir-a-ser mais sistema dentro de si. Cria-se, pois, a possibilidade de adensamento das relações que constituíam, até então, o sistema (Vide Fig. 4.b-A).

A efetivação desta possibilidade cria internamente a +1 algo que

é ao mesmo tempo +1 e -1; +1 por ser interno, -1 por ser fechado: é o paradoxo. Entre o recorte de partida e o recorte internamente constituído, abre-se uma fratura: opõe-se agora o *mesmo* e o *outro* interno. Metaforicamente, poder-se-ia dizer que $+1 \supset \{+1, -1\}$. (Vide Fig. 4.b-B).

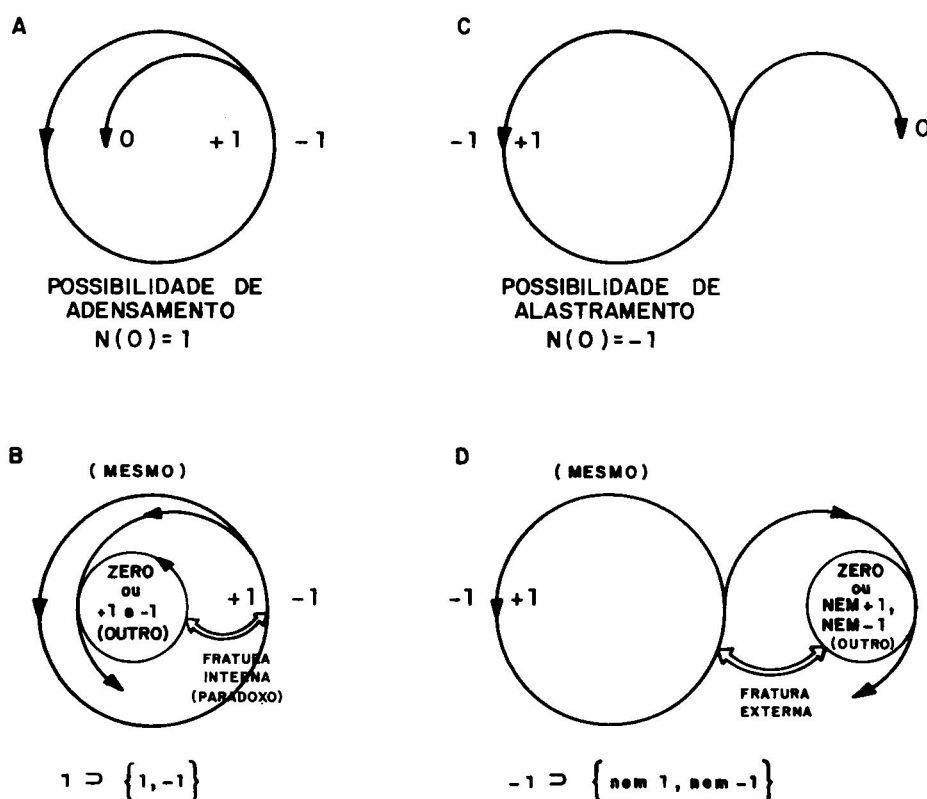



FIGURA 4.b

Estamos aqui no terreno das lógicas para-consistentes, lógicas que aceitam o valor paradoxal (zero, equivalente a +1 e -1, simultaneamente). Não é por outra razão que, pelo acima mencionado, isto é, pela re-instalação interna do Nada, e conseqüentemente da re-constituição de um horizonte temporal interno, que esta lógica é, por excelência, a lógica do poeta, a lógica da expressividade, lógica do adensamento.

Onde o comum dos homens vê o sistema e sua inteireza, o poeta enxerga o paradoxo, paradoxo que é uma realidade inerente à realidade de todo sistema. Observe-se, entretanto, que, cingindo-se ao âmbito da diferença, ao poeta como tal não poderemos exigir um projeto (transcendental), nem o empenho numa práxis histórica; temos que agradecer-lhe apenas a revelação do paradoxo no cerne mesmo do sistema, que, indiretamente, poderá constituir-se no espaço de possibilidade do projeto e da práxis histórica.

Esta é, igualmente, não só uma das lógicas que o antropólogo estrutural lê por sob as estruturas superficiais das sociedades ditas primitivas, como também aquela que o psicanalista revela por sob o discurso do louco. O discurso manifesto, seja mítico, seja o do louco, - e o de todos nós, intermitentemente,-revela a lógica da diferença, no caso, da diferença interna, aberta não ao projeto ou à História, mas às repetições e permutações aleatórias. Consideremos agora os processos simbólicos que se podem derivar dos processos lógico-formais para-consistentes. Estamos entrando aqui no campo das condensações, vale dizer, dos processos metonímicos: a instauração de um recorte interiormente a um recorte dado abre uma dentre tantas possibilidades do simbólico: o recorte interno pode tornar-se o significante do recorte de referência, este transmutan

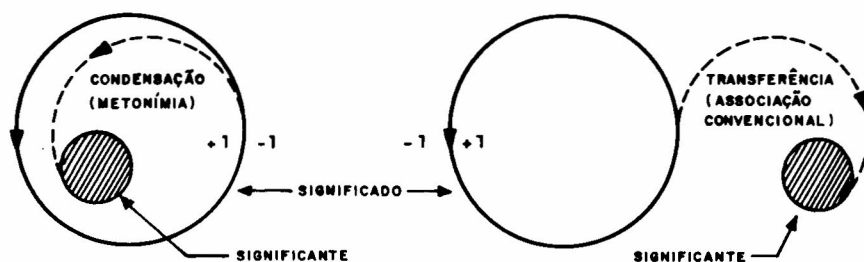



FIGURA 4.c

do-se em significado (Vide Fig. 4.c). É importante notar que não se trata aqui do simples caso de recorte de recorte (produto de $\{E,C\}^2$ – que é um "processo" apenas sincrônico –), mas sim de um verdadeiro processo diacrônico, pois a condensação se dá verdadeiramente no tempo que se abre com a instauração prévia do paradoxo. O processo de transferência, complementar à condensação, será tratado mais adiante, quando focalizarmos as lógicas para-completas.

Vejamos, por derradeiro, a alternativa C_{-1} da negação. Também aqui estaremos adstritos apenas ao princípio da contradição, com $C_{-1}(C_{-1}(C_{-1}(p))) = C_{-1}(p)$ e livres, portanto, das amarras do princípio do terço-excluso. Igualmente aqui, o valor de verdade zero re-encarna-se no "jogo", não só opondo-se, no caso da negação, ao valor -1, mas também atuando como argumento aceitável das tabelas de verdade dos conectivos lógicos. Agora, o zero ou Nada vem situar-se *por trás* do valor -1, ortogonalmente à negação espacial +1/-1. Com isto, é o exterior (-1) ao recorte (+1) que adquire um horizonte temporal: historiciza-se então o exterior do sistema. Ao sistema (+1) abre-se a possibilidade de novos sistemas: alastra-se o sistêmico (Vide Fig. 4.b-C). Isto equivale a dizer que ao sistema (o mesmo) externamente, opõe-se-lhe também sistema (o outro).

Entre o *mesmo* e o *outro* explicita-se uma fratura, realidade também inerente a toda realidade sistêmica. O *outro*, representado por zero, não é +1, porque é externo ao recorte de referência, nem é -1, pois constitui-se como algo fechado (Vide Fig. 4.b-D).

Esta lógica, denominada para-completa, é, fundamentalmente, a lógica da criação de novos sistemas superando os sistemas já de algum modo estabelecidos. É o caso da lógica intuicionista, lógica operatória dos sujeitos da edificação do saber matemático.

Note-se que esta deva ser também a lógica dos antropólogos estruturalistas, na medida em que tiverem que enfrentar o problema da história das estruturas; caso contrário ficarão restritos ao simples jogo das repetições e permutações que, de modo algum, são suficientes para justificar pelo menos algumas linhas de visível progresso social. Vê-se, pois, que a lógica da antropologia estrutural terá que ser a lógica da diferença em sua totalidade, para-consistente e para-completa, além da Lógica Clássica (funcionalista) das estruturas de superfície.

No plano da análise do indivíduo, isto é, da psico-análise, vale a mesma observação acima. A propósito, podemos abordar agora a problemática das transferências. A transferência resulta das possibilidades abertas pela lógica para-completa, como ilustra a Fig. 4.c. O valor zero, nem +1, nem -1, também aqui abre a possibilidade de um novo simbólico: o recorte de origem constitui-se como significado do recorte externo tornado significante do primeiro. Mais uma vez, não é demais observar que a transferência não pode resultar da ação do grupo operatório $\{E,C\}^2$, pois a formação do signo é precedida da temporalização do não-recortado. Enfim, podemos constatar que a transferência é o exato simétrico da condensação.

Finalizando, se associarmos identidade (transcendental) à temporalidade e diferença à espacialidade, poderemos melhor conceber como se articulam espaço e tempo nos diferentes tipos de pensamento: lógico clássico, lógico para-consistente (ou paradoxal) e lógico para-completo (ou intuitivista).

Para efeito de comparação, apresentamos, na Fig.4.d, além dos diagramas relativos ao espaço-temporalidade lógica, o diagrama relativo ao espaço-tempo concreto, conforme concebido pela física relativista restrita.

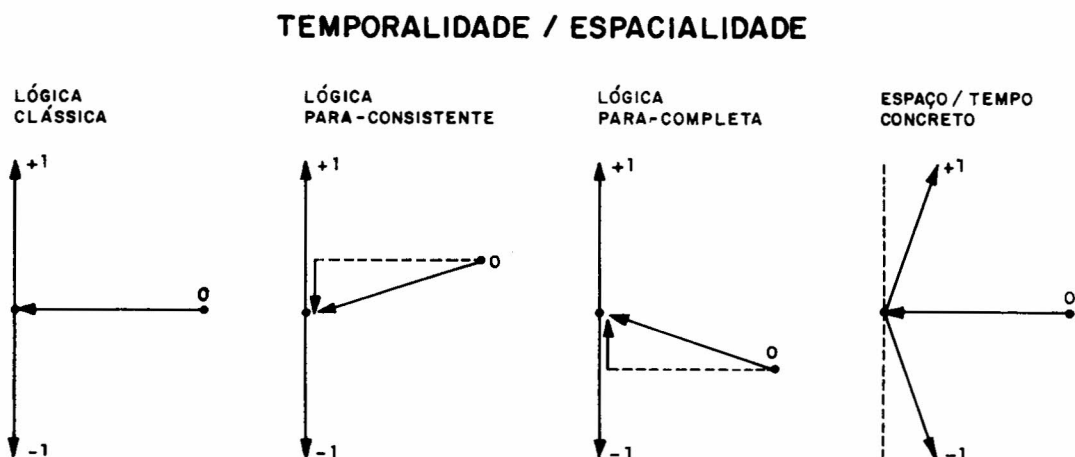



FIGURA 4.d

BIBLIOGRAFIA

|1| AXELOS, Kostas. *Contribution a la logique*. Paris, Ed. de Minuit, 1977.

|2| COSTA, Newton C.A. da. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. S. Paulo, HUCITEC/EDUSP, 1980.

|3| HAACK, Susan. *Deviant Logic*. London, Cambridge U.P., 1974.

|4| HEIDEGGER, M. *Que é metafísica*. S. Paulo, Liv. Duas Cida dades, 1969.

|5| HILBERT, D. and ACKERMANN. *Principles of mathematical logic*. N. York, Chelsea, 1950.

|6| KNEALE, W. e KNEALE, M. *O Desenvolvimento da lógica*. Lisboa, F. Calouste Gulbenkian, 1962.

|7| SAMPAIO, L.S.C. de. *Teoria das Objetividades*. Rio de Janeiro, EMBRATEL, 1983.

|8| SPENCER-BROWN, G. *Laws of form*. N. York, F.P. Dutton,1979.